4. a) $BD \perp BC \Rightarrow \Delta DBC$ dreptunghic în B,

M este mijlocul $CD \Rightarrow BM$ mediană $\Rightarrow BM = \dfrac{DC}{2} = 8\,cm.$

b) $\Delta APB \sim \Delta CPM$ deoarece $\sphericalangle APB \equiv \sphericalangle CPM$ (opuse la vârf) și $\sphericalangle BAP \equiv \sphericalangle MCP$ (alterne interne)

$$\Rightarrow \frac{AP}{CP} = \frac{PB}{PM} = \frac{AB}{CM} \Rightarrow \frac{BM - PM}{PM} = \frac{AB}{CM} \Rightarrow \frac{8 - PM}{PM} = \frac{12}{8} \Rightarrow PM = \frac{16}{5}$$

5. a) $\sin\left(\sphericalangle ACB\right) = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow \sin 30° = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow AC = 2AB.$

b) AB înălțime și mediană $\Rightarrow \Delta ADC$ isoscel $\Rightarrow AD = AC = 24\,cm$, iar $DC = 24\sqrt{3}\ cm$

$P_{\Delta ADC} = 2 \cdot 24 + 24\sqrt{3} = 48 + 24\sqrt{3}$

$48 + 24\sqrt{3} < 90 \Leftrightarrow 24\sqrt{3} < 42 \Leftrightarrow 12\sqrt{3} < 21 \Big|^2 \Leftrightarrow 432 < 441.$

6. a) $VE = 5\,cm$ (apotema piramidei)

$A_t = A_l + A_b$

$A_l = \dfrac{P_b \cdot a_p}{2} = \dfrac{24 \cdot 5}{2} = 60\ cm^2$

$A_b = AB^2 = 36\ cm^2 \Rightarrow A_t = 96\ cm^2.$

b) Notăm $EF \cap OC = \{M\}$

$$\left.\begin{array}{l} VO \perp (ABC) \\ OM \perp EF \\ OM, EF \subset (ABC) \end{array}\right| \Rightarrow VM \perp EF \Rightarrow dist(V, EF) = VM,$$

$OM = \dfrac{OC}{2} = \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. În ΔVOM aplicăm teorema lui Pitagora $\Rightarrow VM^2 = VO^2 + OM^2 \Rightarrow$

$VM = \dfrac{\sqrt{82}}{2}\,cm$

Testul nr. 2

SUBIECTUL I

1. Pentru ca numărul natural $\overline{3n67n}$ să fie divizibil cu 4, trebuie ca numărul format din ultimele 2 cifre să fie divizibil cu 4, deci răspunsul corect este c) 2; 6.

2. Probabilitatea $= \frac{cazuri \text{ favorabile}}{cazuri \text{ posibile}}$, deci cazuri favorabile avem 1, iar posibile 6, deci răspunsul corect este b) $\frac{1}{6}$.

3. Calculează numerele B = –57; C = 26; D = –25. Răspuns corect c).

4. Procentul de participare în clasa a VIII-a A este de 70% (clasa a VIII-a A $\frac{14*100}{20}$ = 70%), iar procentul de participare în clasa a VIII-a B este de 72% (clasa a VIII-a B $\frac{18*100}{25}$ = 72%), deci răspunsul corect este b).

5. Determinați media aritmetică, deci răspuns corect a).

6. Observăm că $13 \cdot 55 = 65 \cdot 11 = 715$, răspuns corect a).

SUBIECTUL al II-lea

1. $AB \cap (AB \cap (BA$ = (AB), răspuns corect b).

2. Suma unghiurilor în jurul unui punct este de 360^0, deci efectuând diferența obținem răspuns corect c).

3. $AN \parallel MP, MN \parallel AP, m(\measuredangle A = 90^0) \Rightarrow APMN$ dreptunghi, (AM – bisectoare, deci APMN pătrat, răspuns corect a).

4. $A_{ABCD} = 768\text{ m}^2$, $A_{AMQ} + A_{MBN} + A_{PNC} + A_{DQP} = 384\text{ m}^2$
$A_{MNPQ} = 768\text{ m}^2 - 384\text{ m}^2 = 384\text{ m}^2$, răspuns corect b).

5. DB bisectoare și înălțime în $\Delta ADC \Rightarrow \Delta ADC$ isoscel, cu $AD \equiv DC$. Dar $AD \equiv AC$, conform ipotezei, deci ΔADC este echilateral $\Rightarrow$ $R = \frac{l\sqrt{3}}{3} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}$, răspuns corect c).

6. $V_{zid} = 20\text{ m} \cdot 0{,}25\text{ m} \cdot 2\text{ m} = 10\text{ m}^3$
$V_{BCA} = 60\text{ cm} \cdot 25\text{ cm} \cdot 20\text{ cm} = 30000\text{ cm}^3 = 0{,}03\text{ m}^3$
Numărul de BCA 334, răspuns corect b).

SUBIECTUL al III-lea

1. a) 71 : 3 = 23 rest 2; 71 : 4 = 17 rest 3; da, pot fi 71 de copii.

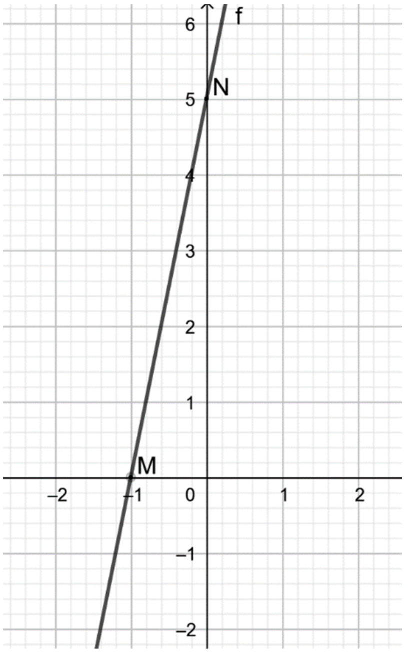
b) Notăm cu x numărul copiilor $x = 3c_1 + 2$, $x = 4c_2 + 3$, $\Rightarrow (x+1) = M\,(3;4) = M\,(12) \Rightarrow x = 11$

2. a) $2x^2 + x - 6 = 2x^2 - 3x + 4x - 6 = x(2x-3) + 2(2x-3) = (2x-3)(x+2)$

b) $E(x) = \left(\dfrac{x-6}{(x-5)(x+5)} + \dfrac{x}{x-5} - \dfrac{2}{x+5}\right) : \dfrac{(x+2)(2x-3)}{(x-5)(x+5)} = \dfrac{x^2+4x+4}{(x-5)(x+5)} \cdot \dfrac{(x-5)(x+5)}{(x+2)(2x-3)} = \dfrac{x+2}{2x-3}$

3. a) $A(a;25) \in G_f \Rightarrow f(a) = 25 \Rightarrow a_1 = -5; a_2 = 4$

b) f(x) = 5x + 5, M(–1; 0); N(0; 5)



4. a) $AE \perp BC, DF \perp BC \Rightarrow BE = 6 \Rightarrow AE = 6 \Rightarrow AB = 6\sqrt{2} \Rightarrow P_{ABCD} = 24 + 12\sqrt{2}$

b) Dacă $OM \perp BC$; M mijlocul lui BC

$\Rightarrow OM \perp DF \Rightarrow \triangle BMO \sim \triangle BFD \Rightarrow \dfrac{BM}{BF} = \dfrac{OM}{DF} \Rightarrow OM = 4{,}5\,\text{cm}.$

5. a) $\triangle ABD : m(\sphericalangle BAD) = 30^0 \Rightarrow AD = 3\sqrt{3}$

$\triangle ADC$ *dreptunghic isoscel* $\Rightarrow DC = 3\sqrt{3} \Rightarrow AC = 3\sqrt{6}$

b) În triunghiul ABE, dreptunghic în A, $tg60^0 = \dfrac{AE}{AB} \Rightarrow AE = 6\sqrt{3}$, aplicând teorema catetei BE = 12, $CE = 9 - 3\sqrt{3} \Rightarrow P_{\triangle ACE} = AC + CE + AE = 9 - 3\sqrt{3} + 3\sqrt{6} + 6\sqrt{3}$.

6. a) Folosim teorema celor 3 perpendiculare $\Rightarrow D'O \perp AC \Rightarrow d(D';AC) = D'O$, aplicând teorema lui Pitagora în triunghiul DD'O, dreptunghic în D, obținem $D'O = \dfrac{a\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{6}$.

$A'C' \cap B'D' = \{O'\}$

b) $\left.\begin{array}{l} BB' \perp (A'B'C') \\ B'O' \perp A'C' \\ B'O'; A'C' \subset (A'B'C') \end{array}\right| \Rightarrow BO' \perp A'C'.$

Construim $\left.\begin{array}{l} B'X \perp BO' \\ BO' \perp A'C' \\ B'O' \perp A'C' \\ BO'; A'C' \subset (A'B'C') \end{array}\right| \Rightarrow B'X \perp (BA'C'). \Rightarrow d(B';(BA'C')) = B'X$, B’O=$4\sqrt{6}$.

Aplicând teorema înălțimii în triunghiul dreptunghic în B’, BB’O’, obținem B’X= $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

Testul nr. 3

SUBIECTUL I

1. $10 = 2\cdot 5$, $30 = 2\cdot 3\cdot 5$, $35 = 5\cdot 7$. Rezultă $(10,30,35) = 5$. Răspuns corect c).

2. Numărul elevilor din clasă care au obținut la teza de matematică note mai mari sau egale cu 7 este: $8+4+3+1=16$ elevi. Răspuns corect c).

3. Cel mai mare număr întreg din intervalul $[-9,-1)$ este -2. Cel mai mic număr întreg din intervalul $[-9,-1)$ este -9. Diferența dintre cele două numere este $-2-(-9) = -2+9 = 7$. Răspuns corect a).

4. $0,55(6) > 0,5(56) > 0,556 > 0,(5) > 0,555$. Răspuns corect b).

5. Din $\frac{a}{5} = \frac{2}{b} \Rightarrow ab = 10$. Atunci $3ab - 14 = 3\cdot 10 - 14 = 30 - 14 = 16$. Răspuns corect a).

6. Elevii au ajuns la cabană după 3 ore și 45 de minute, adică ora 13:30. Răspuns corect b).

SUBIECTUL al II-lea

1. Notează secțiunea axială a cilindrului $x = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$. Răspuns corect b).

2. Din teorema bisectoarei avem: $\dfrac{AB}{BM}=\dfrac{AC}{CM}$. Rezultă $AC=\dfrac{AB\cdot CM}{BM}=\dfrac{18\cdot 16}{12}=24\ km$.
Răspuns corect a).

3. Porțiunea dintre cercuri are aria: $A_{C_1}-A_{C_2}=\pi R^2-\frac{4}{9}\pi R^2=\frac{5}{9}\pi R^2$. Raportul dintre aria porțiunii hașurate și aria cercului C_2 este $\dfrac{\frac{5}{9}\pi R^2}{\frac{4}{9}\pi R^2}=\dfrac{5}{4}$. Răspuns corect d).

4. Volumul acvariului este: $V=20\ cm\cdot 30\ cm\cdot 40\ cm=24.000\ cm^3=24\ dm^3$.
Două treimi din volum reprezintă $16\ dm^3=16\ l$. Răspuns corect c).

5. Fie l latura cubului. Avem: $DB=l\sqrt{2}, D'B=l\sqrt{3}$. Triunghiul $D'DB$ este dreptunghic, $\sphericalangle D'DB=90^\circ$. Rezultă $\sin\left(\sphericalangle BD'D\right)=\dfrac{DB}{D'B}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. Răspuns corect c).

6. $A=4\cdot A_{\Delta ABC}=4\cdot\dfrac{8^2\sqrt{3}}{4}=64\sqrt{3}$. Răspuns corect d).

SUBIECTUL al III-lea

1. a) Numărul de lalele ar reprezenta $\frac{140}{280}=\frac{1}{2}=50\%$ din totalul florilor din grădină.
Cum garoafele și trandafirii reprezintă $25\%+30\%=55\%$, deducem că nu este posibil ca numărul de lalele să fie 140.

b) Lalele reprezintă $100\%-55\%=45\%$ din totalul florilor din grădină.
$45\%\ din\ 280=\frac{45}{100}\cdot 280=126$ lalele.

2. a) $x^3+4x^2+4x=x\left(x^2+4x+4\right)=$
$=x(x+2)^2$ pentru orice număr real x.

b) $E(x)=\left(\dfrac{1}{4x}-\dfrac{1}{x^3}\right)\cdot\dfrac{4x^4}{x^3+4x^2+4x}=\left(\dfrac{x^2-4}{4x^3}\right)\cdot\dfrac{4x^4}{x\left(x^2+4x+4\right)}=$

$=\dfrac{(x-2)(x+2)}{4x^3}\cdot\dfrac{4x^4}{x(x+2)^2}=\dfrac{x-2}{x+2}$, pentru orice $x\in\mathbb{R}-\{-2,0\}$.

3. a) Reprezentarea a două puncte care aparțin graficului funcției *f*.
Trasarea graficului funcției *f*.

b) $f(x)=0 \Rightarrow x=4 \Rightarrow G_f \cap Ox = A(4,0)$ și $x=0 \Rightarrow f(0)=4 \Rightarrow G_f \cap Oy = B(0,4)$.

Triunghiul OAB este dreptunghic și isoscel. Obținem $d(0,AB)=\dfrac{OA\cdot OB}{AB}=\dfrac{4\cdot 4}{4\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

4. a) $A=\dfrac{AB\cdot BC\cdot \sin(\sphericalangle ABC)}{2}=$

$=\dfrac{4\cdot 8\cdot \sin 60^o}{2}=\dfrac{32\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{2}=8\sqrt{3}\,cm^2$.

b) Fie $\{D\}=AE\cap BC$. $\Delta ABD\equiv\Delta EBD$, cazul C.C.: $AD\equiv ED$ și BD latură comună.
Din congruența celor două triunghiuri rezultă: $\sphericalangle BAD\equiv\sphericalangle BED$.
Dar $m(\sphericalangle BAD)=90^\circ-60^\circ=30^\circ \Rightarrow m(\sphericalangle BED)=30^\circ$

5. a) MN este linie mijlocie în triunghiul ABC. Rezultă $MN \parallel AC$ și $MN=\dfrac{1}{2}AC$.

QP este linie mijlocie în triunghiul ADC. Rezultă $QP \parallel AC$ și $QP=\dfrac{1}{2}AC$.

Rezultă că $MN \parallel QP$ și $MN\equiv QP$. Deci, $MNPQ$ este paralelogram. Analog, PN este linie mijlocie în triunghiul BCD, de unde rezultă $PN \parallel BD$. Cum diagonalele patrulaterului sunt perpendiculare, obținem $MN\perp NP$, adică $MNPQ$ este dreptunghi.

b) $P=2(MN+NP)=2\left(\dfrac{AC}{2}+\dfrac{BD}{2}\right)=2(6+4)=20\,cm$.

$A_{\square}=MN\cdot NP=6\,cm\cdot 4\,cm=24\,cm^2$

6. a) $V=\dfrac{A_{ABCD}\cdot SO}{3}=\dfrac{64\cdot 6}{3}=128\,cm^3$

b) Fie $d(A,(SBC))=AP$. Volumul piramidei SABC poate fi scris în două moduri:
$V=\dfrac{A_{\Delta SBC}\cdot AP}{3}$ și $V=\dfrac{A_{\Delta ABC}\cdot SO}{3}=\dfrac{32\cdot 6}{3}=64\,cm^3$. Fie M mijlocul segmentului $[BC]$.
În triunghiul dreptunghic SOM aplicăm teorema lui Pitagora:
$SM^2=SO^2+OM^2=36+16=52\Rightarrow SM=2\sqrt{13}$. $A_{\Delta SBC}=\dfrac{SM\cdot BC}{2}=\dfrac{2\sqrt{13}\cdot 8}{2}=8\sqrt{13}\,cm^2$.

Rezultă: $AP=\dfrac{3V}{A_{\Delta SBC}}=\dfrac{3\cdot 64}{8\sqrt{13}}=\dfrac{24\sqrt{13}}{13}\,cm$.